



Л.И.Есикова,  
М.Б.Ушакова

# ГЕОМЕТРИЯ

Справочник

7-9

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	стр.
1. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ. АКСИОМЫ .....	3
2. УГЛЫ. БИСSEКТРИСА УГЛА .....	4
3. ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА .....	5
4. ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА. СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА .....	6
5. ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ. ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ .....	7
6. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ .....	8
7. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ .....	9
8. СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА. ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ .....	10
9. ЗНАЧЕНИЯ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА НЕКОТОРЫХ УГЛОВ. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ .....	11
10. СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА .....	12
11. ПРЯМОУГОЛЬНИК. РОМБ. КВАДРАТ .....	13
12. ТРАПЕЦИЯ .....	14
13. ОКРУЖНОСТЬ. ВПИСАННЫЙ УГОЛ .....	15
14. СВОЙСТВА ОКРУЖНОСТИ И ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ .....	16
15. СВОЙСТВА КАСАТЕЛЬНЫХ И СЕКУЩИХ .....	17
16. ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ .....	18
17. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ .....	19
18. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ. ВЕКТОРЫ. ....	20

# Справочник по геометрии 7-9

## ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ

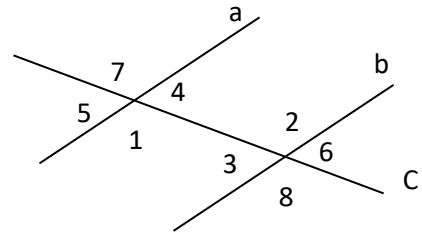
Прямые  $a$  и  $b$  пересечены секущей  $c$

$\angle 1$  и  $\angle 2$ ;  $\angle 3$  и  $\angle 4$  – накрест лежащие углы

$\angle 1$  и  $\angle 8$ ;  $\angle 3$  и  $\angle 5$  - соответственные углы

$\angle 2$  и  $\angle 7$ ;  $\angle 4$  и  $\angle 6$  - соответственные углы

$\angle 1$  и  $\angle 3$ ;  $\angle 2$  и  $\angle 4$  - односторонние углы



### Признаки параллельности прямых

$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$$

Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

$$\angle 1 = \angle 8 \Rightarrow a \parallel b$$

Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$$

Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна  $180^\circ$ , то прямые параллельны.

$$a \parallel b, a \parallel c \Rightarrow c \parallel b \quad a \perp b, a \perp c \Rightarrow c \parallel b$$

### Свойства углов при параллельных прямых

$$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$$

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

$$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 8$$

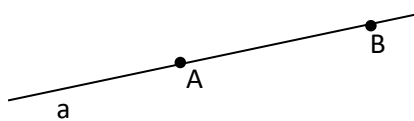
Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.

$$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$$

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна  $180^\circ$ .

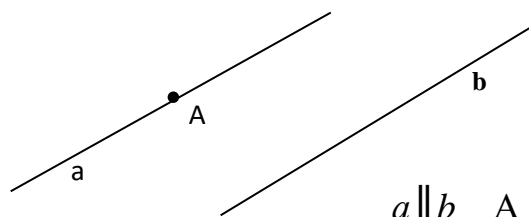
## НЕКОТОРЫЕ АКСИОМЫ ПЛАНИМЕТРИИ

Через любые две различные точки проходит прямая, и притом только одна.



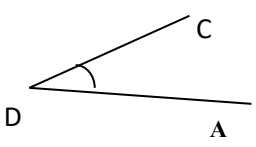

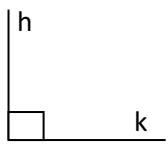
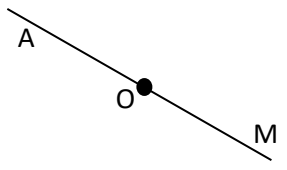
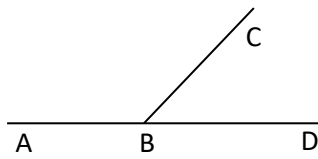
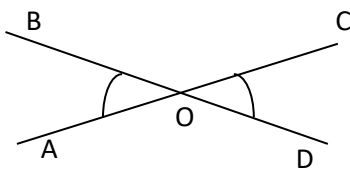
$$A \in a \quad B \in a$$

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

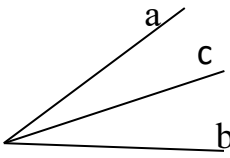
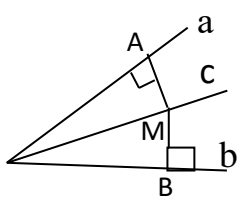


$$a \parallel b \quad A \in a$$

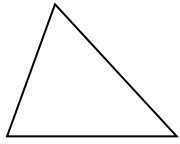
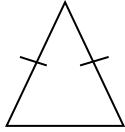
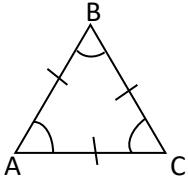
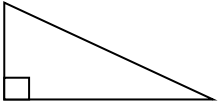
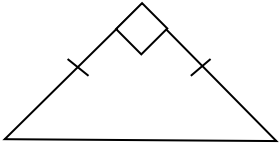
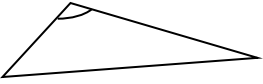
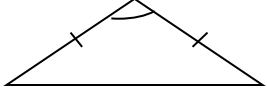
## УГЛЫ

<p>Острый угол меньше прямого угла</p>  <p><math>\angle CDA &lt; 90^\circ</math></p>	<p>Тупой угол больше прямого угла</p>  <p><math>90^\circ &lt; \angle ab &lt; 180^\circ</math></p>	<p>Прямой угол</p>  <p><math>\angle hk = 90^\circ</math></p>	<p>Развернутый угол</p>  <p><math>\angle AOM = 180^\circ</math></p>
<p>Смежные углы</p> 		<p><math>\angle ABC</math> и <math>\angle CBD</math> – смежные углы</p> <p><math>\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ</math></p> <p>Сумма смежных углов равна <math>180^\circ</math>.</p>	
<p>Вертикальные углы</p> 		<p><math>\angle AOB</math> и <math>\angle COD</math> – вертикальные</p> <p><math>\angle AOB = \angle COD</math></p> <p>Вертикальные углы равны.</p>	

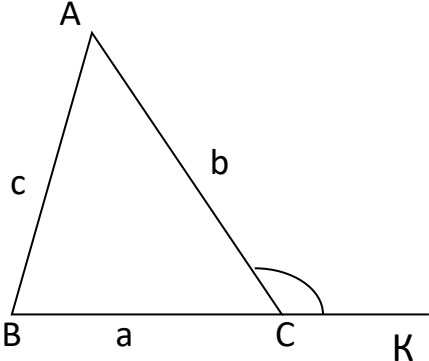
## БИСЕКТРИСА УГЛА

	<p><math>c</math> – биссектриса <math>\angle ab</math></p> <p><math>\angle ac = \angle cb</math></p> <p>Луч <math>c</math> делит угол <math>\angle ab</math> пополам</p>
	<p><b>Свойство биссектрисы</b></p> <p><math>AM = BM</math></p> <p>Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от сторон угла.</p>

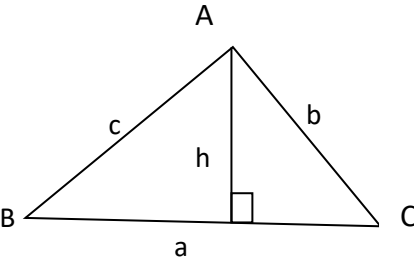
## ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Треугольник	Разносторонний	Равнобедренный	Равносторонний
Остроугольный (все углы острые)			
	<i>все стороны разной длины</i>	<i>две стороны равны</i>	<i>все стороны равны</i>
Прямоугольный (один из углов – прямой)			$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$  $P = 3a$ , где $a$ - сторона, $P$ - периметр
Тупоугольный (один из углов – тупой)			

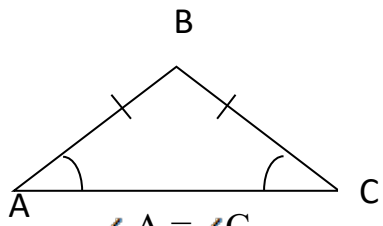
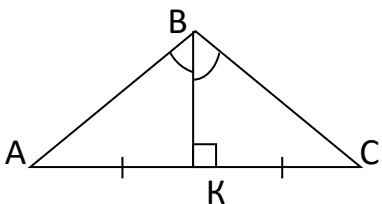
### СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

	<p><b>Сумма углов</b> треугольника равна <math>180^\circ</math>.</p> $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ <p><b>Свойство внешнего угла:</b> <math>\angle ACK = \angle A + \angle B</math></p>
	<p><b>Неравенство треугольника</b></p> $a < b + c \quad b < a + c \quad c < a + b$ <p>Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.</p> $a > b - c, \text{ где } b > c$
	<p><b>Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника</b></p> $b > c \Rightarrow \angle B > \angle C \quad \text{и} \quad \angle B > \angle C \Rightarrow b > c$ <p>В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.</p> <p>Против большего угла лежит большая сторона.</p>
<p><b>Теорема синусов</b></p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ <p>где <math>R</math> – радиус описанной окружности.</p> <p>Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.</p>	<p><b>Теорема косинусов</b></p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ $a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$ <p>Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.</p>

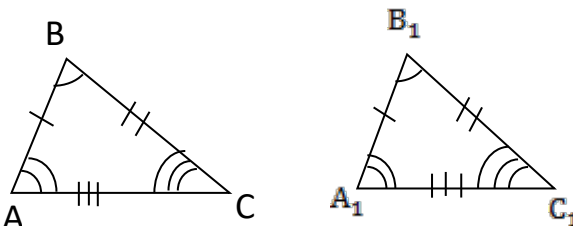
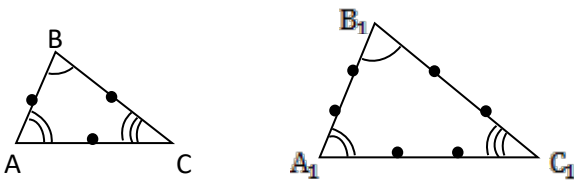
## ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

 <p>Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на высоту к этой стороне:</p> $S = \frac{1}{2} ah$	<p style="text-align: center;">Другие формулы:</p> $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} cb \sin A$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ <p>где <math>p = \frac{a+b+c}{2}</math> - полупериметр</p> $S = pr,$ <p>где <math>r</math> - радиус вписанной в треугольник окружности</p> $S = \frac{abc}{4R},$ <p>где <math>R</math> - радиус описанной окружности</p>
--	--

## СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

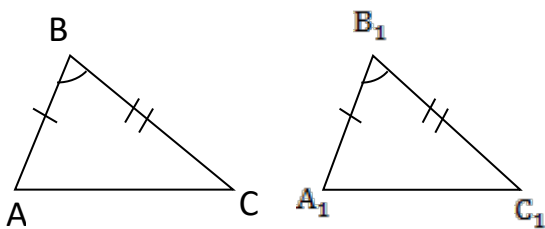
<p>В равнобедренном треугольнике углы при основании равны</p>  <p style="text-align: center;"><math>\angle A = \angle C,</math></p> <p style="text-align: center;">AC – основание AB и BC – боковые стороны</p>	<p>Биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой</p>  <p style="text-align: center;">BK – биссектриса BK – медиана BK – высота</p>
---	---

## РАВНЫЕ И ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

<p><math>\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1</math>, значит,</p> <p><math>AB = A_1B_1</math>   <math>CB = C_1B_1</math>   <math>CA = C_1A_1</math>  <math>\angle A = \angle A_1</math>   <math>\angle B = \angle B_1</math>   <math>\angle C = \angle C_1</math>.</p> 	<p><math>\triangle ABC</math> подобен <math>\triangle A_1B_1C_1</math>, значит,</p> <p><math>\angle A = \angle A_1</math>   <math>\angle B = \angle B_1</math>   <math>\angle C = \angle C_1</math></p> $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$ 
---	--

**ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА  
ТРЕУГОЛЬНИКОВ**

По двум сторонам и углу между ними



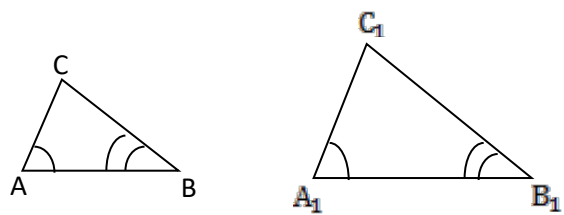
$$AB = A_1B_1 \quad CB = C_1B_1 \quad \angle B = \angle B_1$$

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

**ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ  
ТРЕУГОЛЬНИКОВ**

По двум углам

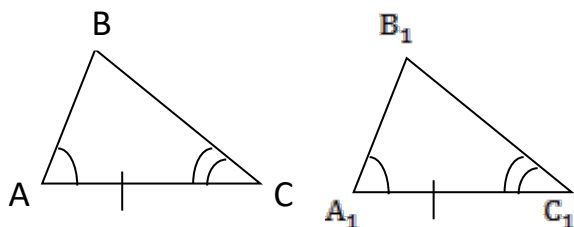


$$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1$$

$$\Delta ABC \text{ подобен } \Delta A_1B_1C_1$$

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

По стороне и двум прилежащим углам

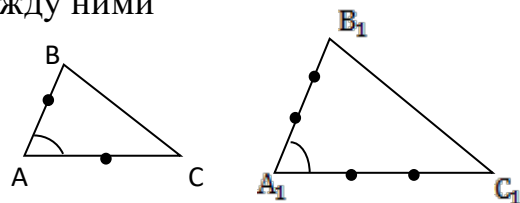


$$AC = A_1C_1 \quad \angle A = \angle A_1 \quad \angle C = \angle C_1$$

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

По двум сходственным сторонам и углу между ними

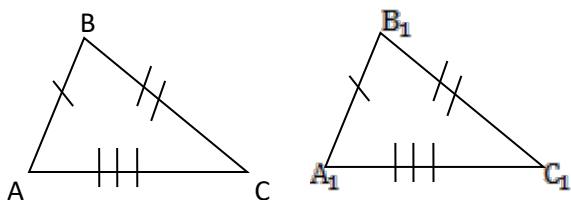


$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \quad \angle A = \angle A_1$$

$$\Delta ABC \text{ подобен } \Delta A_1B_1C_1$$

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

По трем сторонам

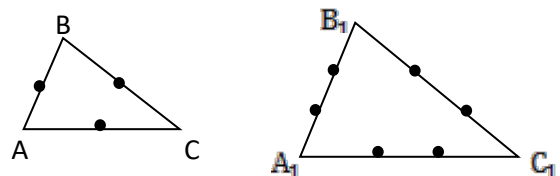


$$AB = A_1B_1 \quad CB = C_1B_1 \quad AC = A_1C_1$$

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

По трем сходственным сторонам

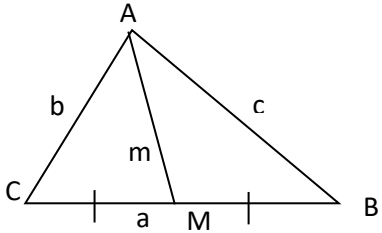
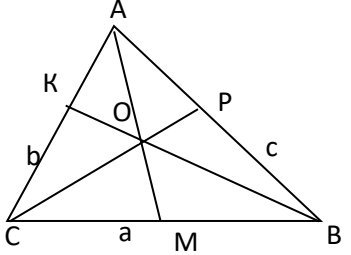
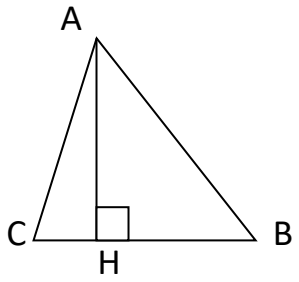
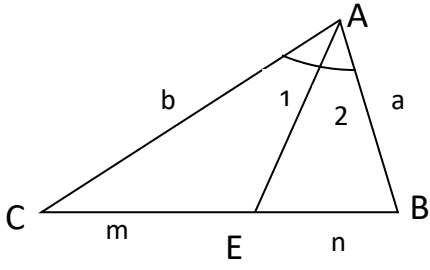


$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

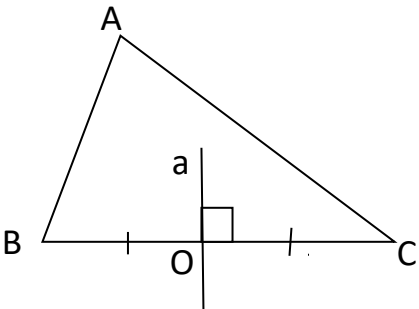
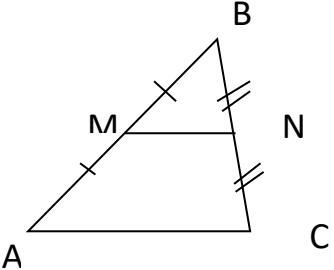
$$\Delta ABC \text{ подобен } \Delta A_1B_1C_1$$

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

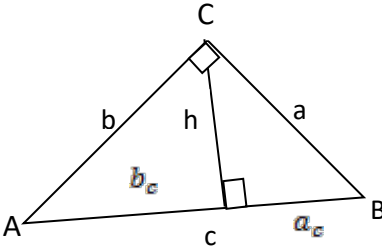
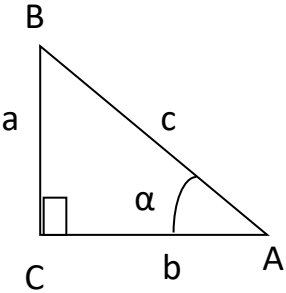
## ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ

	<p>AM – медиана в <math>\triangle ABC</math> точка M – середина BC</p>
	<p style="text-align: center;"><b>Свойство медиан</b> <math>CO:OP = AO:OM = BO:OK = 2:1</math></p> <p>Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1.</p> $AM = m = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}$ <p>формула для вычисления медианы</p>
	<p style="text-align: center;">AH – высота <math>\triangle ABC</math></p> <p>AH - перпендикуляр, опущенный из точки A на прямую BC</p> <p style="text-align: center;"><b>Свойство высот</b></p> <p>Высоты треугольника пересекаются в одной точке треугольника.</p>
	<p style="text-align: center;">AE – биссектриса <math>\triangle ABC</math> <math>\angle 1 = \angle 2</math> (<math>\angle CAE = \angle BAE</math>)</p> <p style="text-align: center;"><b>Свойства биссектрисы треугольника</b></p> <p>Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке (центре вписанной окружности).</p> <p>Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.</p> $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$



	<p>Прямая <math>a</math> – срединный перпендикуляр  <math>O \in a</math>   <math>OC = OB</math>   <math>a \perp BC</math></p> <p><b>Свойство срединных перпендикуляров</b></p> <p>Срединные перпендикуляры пересекаются в одной точке (центре описанной окружности)</p>
	<p><math>MN</math> – средняя линия <math>\triangle ABC</math>          точка <math>M</math> - середина <math>AB</math>, <math>N</math> – середина <math>BC</math></p> <p><b>Свойство средней линии треугольника</b></p> $MN \parallel AC; \quad MN = \frac{1}{2} AC$ <p>Средняя линия параллельна одной из сторон и равна её половине.</p>

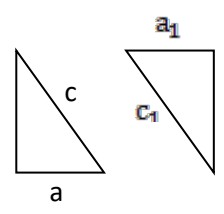
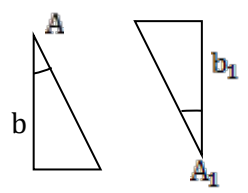
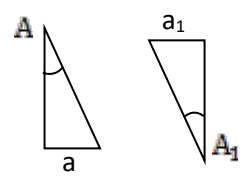
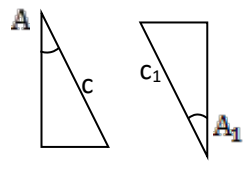
**ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК**

Основные соотношения в прямоугольном треугольнике		
	<p><b>Теорема Пифагора</b></p> $c^2 = a^2 + b^2$ <p>Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.</p>	<p>Пропорциональные отрезки</p> $h^2 = a_c b_c$ $a^2 = a_c c$ $b^2 = b_c c$ $h = \frac{ab}{c}$
 <p><math>\angle C = 90^\circ</math>   <math>\angle A = \alpha</math></p> <p><math>c = AB</math> – гипотенуза  <math>a = BC</math> – катет, противоположащий к <math>\alpha</math>  <math>b = AC</math> – катет, прилежащий к углу <math>\alpha</math></p>	<p><b>СИНУС</b></p> <p>Отношение противолежащего катета к гипотенузе</p>	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
	<p><b>КОСИНУС</b></p> <p>Отношение прилежащего катета к гипотенузе</p>	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
	<p><b>ТАНГЕНС</b></p> <p>Отношение противолежащего катета к прилежащему</p>	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$
	<p><b>КОТАНГЕНС</b></p> <p>Отношение прилежащего катета к противолежащему</p>	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$

## Свойства прямоугольного треугольника

$\angle A + \angle B = 90^\circ$  Сумма острых углов в прямоугольном треугольнике равна $90^\circ$	$\angle A = 30^\circ \Rightarrow a = \frac{1}{2}c$  Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в $30^\circ$ , равен половине гипотенузы	$a = \frac{1}{2}c \Rightarrow \angle A = 30^\circ$  Если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен $30^\circ$	$m = \frac{1}{2}c = R$  Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине и является радиусом описанной окружности
--	---	--	---

## Признаки равенства прямоугольных треугольников

По гипотенузе и катету   $a = a_1 \quad c = c_1$	По катету и прилежащему острому углу   $\angle A = \angle A_1 \quad b = b_1$	По катету и противолежащему острому углу   $\angle A = \angle A_1 \quad a = a_1$	По гипотенузе и острому углу   $\angle A = \angle A_1 \quad c = c_1$
---	--	---	--

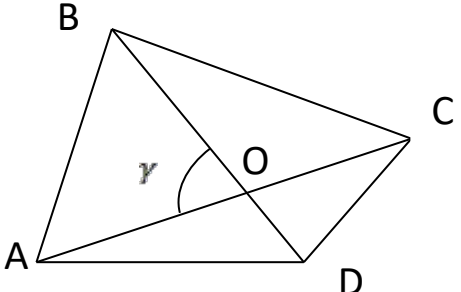
## СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1$	<p style="text-align: center;"><math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math> – основное тригонометрическое тождество</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> <math display="block">\left. \begin{aligned} \sin(90^\circ - \alpha) &amp;= \cos \alpha \\ \cos(90^\circ - \alpha) &amp;= \sin \alpha \\ \sin(180^\circ - \alpha) &amp;= \sin \alpha \\ \cos(180^\circ - \alpha) &amp;= -\cos \alpha \end{aligned} \right\}</math> </div> <div> <p>формулы приведения</p> </div> </div>
---	---

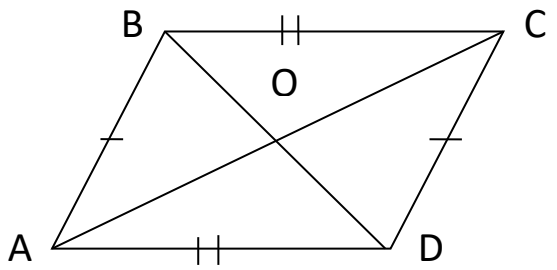
## ЗНАЧЕНИЯ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА НЕКОТОРЫХ УГЛОВ

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

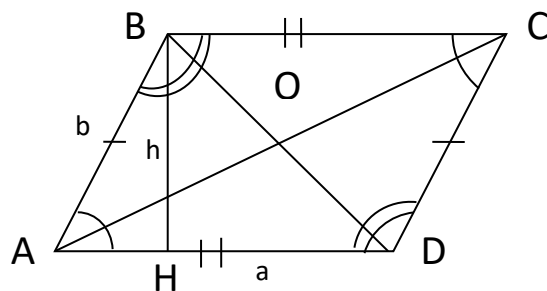
## ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

<p>ABCD - четырехугольник  <math>\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ</math></p> 	$S = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin \gamma}{2}$ <p>AC, BD - диагонали</p>
---	---

## ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

	<p>ABCD- параллелограмм</p> <p>AB <math>\parallel</math> CD          BC <math>\parallel</math> AD</p> <p>Параллелограммом называется четырехугольник, у которого стороны попарно параллельны.</p>
---	---

## СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

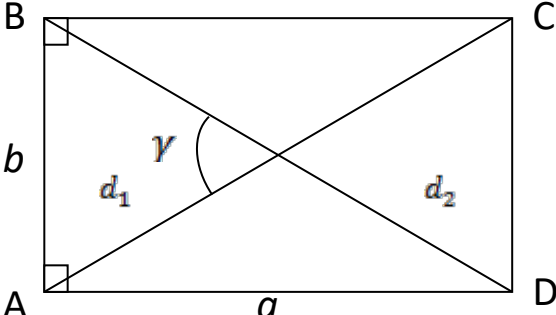
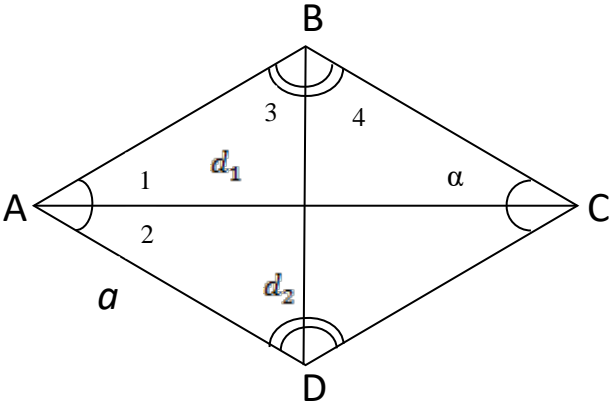
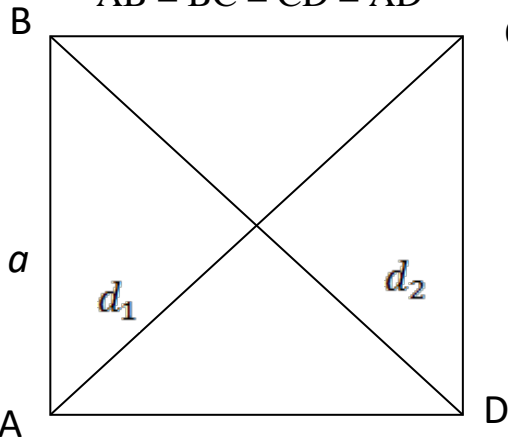


Свойства параллелограмма	Признаки параллелограмма
<p>1) <math>AB=CD</math>; <math>BC=AD</math>  <math>\angle A = \angle C</math>; <math>\angle B = \angle D</math></p> <p>В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны</p> <p>2) <math>AC \cap BD = O</math>, <math>AO = OC</math>, <math>BO = OD</math></p> <p>Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам.</p> <p>3) <math>\angle A + \angle B = 180^\circ</math></p> <p>В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна <math>180^\circ</math></p> <p>4) <math>d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2</math>          где <math>d_1 = AC</math>; <math>d_2 = BD</math> – диагонали;  <math>a = AD</math>; <math>b = AB</math>; <math>c = BC</math>;  <math>d = CD</math> – стороны</p> <p>5) <math>P = 2(a + b)</math> – периметр параллелограмма,          где <math>a = AD</math>; <math>b = AB</math></p>	<p>1) <math>(AB \parallel CD; AB = CD) \Rightarrow (ABCD\text{-параллелограмм})</math></p> <p>Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.</p> <p>2) <math>(AB = CD; BC = AD) \Rightarrow (ABCD\text{-параллелограмм})</math></p> <p>Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм</p> <p>3) <math>(AO = OC; BO = OD, \text{ где } O = AC \cap BD) \Rightarrow (ABCD\text{-параллелограмм})</math></p> <p>Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм</p>

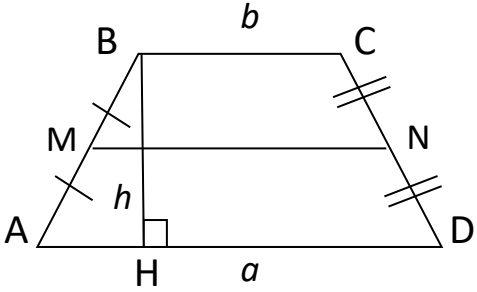
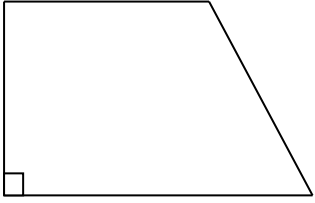

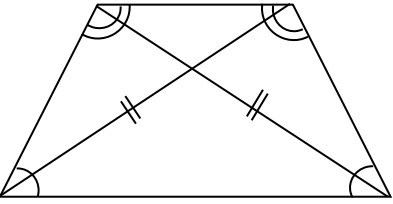
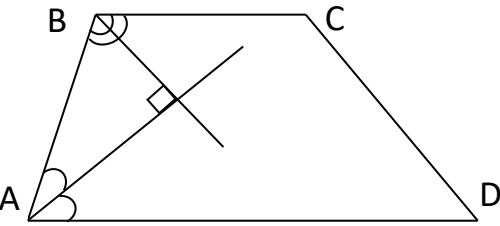
## ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

$S = ah,$ <p>где <math>a = AD</math> – основание <math>h = BH</math> – высота</p>	$S = ab \cdot \sin \alpha,$ <p>где <math>a = AD</math>, <math>b = AB</math>, <math>\angle \alpha = \angle BAD</math></p>	$S = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin \angle AOB}{2}$	$S = 4 \cdot S_{\triangle AOB}$
---	--	---	---------------------------------

## ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вид	Свойства	Формулы
<p>ABCD – прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые  <math>\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ</math></p> 	<p><math>d_1 = d_2</math>                      Диагонали прямоугольника равны.</p>	<p><math>S = ab</math>  <math>S = \frac{d_1^2 \sin \gamma}{2}</math> – площадь  <math>P = 2(a + b)</math> – периметр  <math>d_1^2 = a^2 + b^2</math>                      где <math>d_1, d_2</math> – диагонали,  <math>a, b</math> – стороны прямоугольника</p>
<p>ABCD – ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны  <math>AB = BC = CD = AD</math></p> 	<p><math>\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4,</math>  <math>d_1 \perp d_2</math></p> <p>Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам</p>	<p><math>S = a^2 \sin \alpha</math>  <math>S = \frac{d_1 d_2}{2}</math> – площадь  <math>P = 4a</math> – периметр  <math>d_1^2 + d_2^2 = 4a^2</math>                      где <math>d_1, d_2</math> – диагонали,  <math>a</math> – сторона ромба,  <math>\alpha</math> – угол ромба</p>
<p>ABCD – квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны  <math>AB = BC = CD = AD</math></p> 	<p><math>d_1 = d_2</math>  <math>d_1 \perp d_2</math></p> <p>Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.  <math>\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ</math></p>	<p><math>S = a^2</math> – площадь  <math>S = \frac{d_1^2}{2}</math>  <math>S = \frac{1}{2} Pr,</math>                      где <math>r</math> – радиус вписанной окружности  <math>P = 4a</math> – периметр  <math>d_1 = a\sqrt{2}</math>                      где <math>d_1, d_2</math> – диагонали,  <math>a</math> – сторона квадрата</p>

# ТРАПЕЦИЯ

 <p>The diagram shows a trapezoid ABCD with parallel bases AD and BC. The length of the bottom base AD is labeled 'a' and the top base BC is labeled 'b'. A vertical line segment BH is drawn from vertex B to the base AD, representing the height 'h'. A horizontal line segment MN is drawn through the midpoints M of side AB and N of side CD, representing the midline. Tick marks on sides AB and CD indicate that M and N are midpoints.</p>	<p>ABCD - трапеция  <math>AD = a</math>, <math>BC = b</math> – основания          AB, CD – боковые стороны  <math>BH = h</math> - высота  <math>AD \parallel BC</math>;</p> $S = \frac{(a+b)h}{2}$ <p>MN – средняя линия трапеции,          где M – середина AB          N – середина CD  <math>MN \parallel BC</math>; <math>MN \parallel AD</math>; <math>MN = \frac{BC+AD}{2}</math>          Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.</p>
 <p>The diagram shows a trapezoid with a right angle at the bottom-left corner, indicated by a small square symbol.</p>	<p>Трапеция <b>прямоугольная</b>,          если один из углов прямой</p>
 <p>The diagram shows a trapezoid with two single tick marks on the non-parallel sides, indicating they are equal in length.</p>	<p>Трапеция <b>равнобедренная</b>,          если ее боковые стороны равны</p>
 <p>The diagram shows a trapezoid with two single tick marks on the diagonals and two pairs of single arc marks at the base angles, indicating that the diagonals are equal and the base angles are equal.</p>	<p>В равнобедренной трапеции:          1) диагонали равны;          2) углы при основании равны;          3) середины сторон являются вершинами ромба.</p>
 <p>The diagram shows a trapezoid ABCD with angle bisectors drawn from vertices A and B. A line segment is drawn perpendicular to both bisectors, as indicated by a right-angle symbol.</p>	<p>Биссектрисы углов, прилежащих к боковой стороне, перпендикулярны</p>

# ОКРУЖНОСТЬ

Окр. (O; r)

т. O – центр окружности

OK = OB = OA = r – радиус

AB = d – диаметр

b – касательная

AC – хорда

MN – секущая

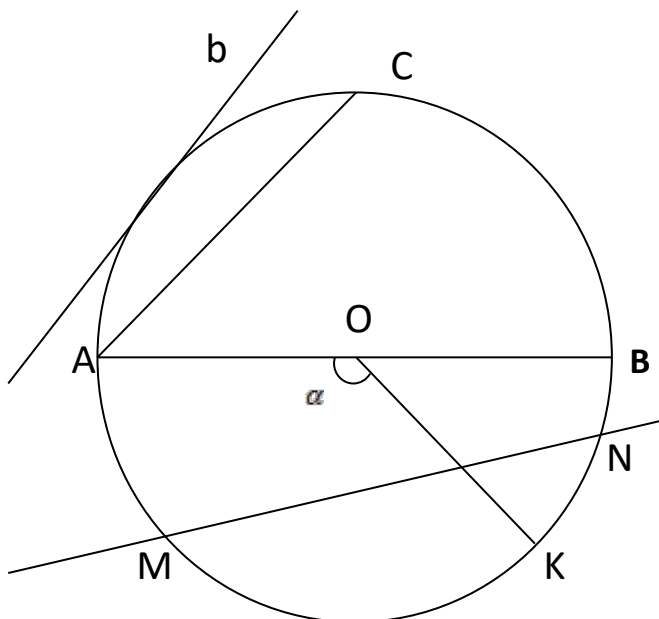
$\overset{\frown}{AK}$  – дуга окружности

$$d = 2r$$

$$C = 2\pi r \text{ - длина окружности}$$

$$C = \pi d$$

$$L = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ} \text{ - длина дуги}$$



$\overset{\frown}{AB}$  – дуга окружности

$\angle AOB$  – центральный угол

$$\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$$

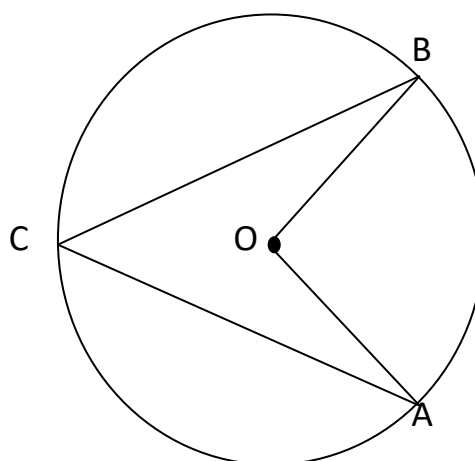
Градусная мера центрального угла равна градусной мере дуги, на которую он опирается.

$\angle ACB$  – вписанный угол

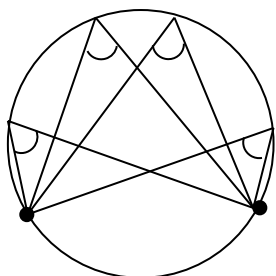
$$\angle ACB = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую опирается.

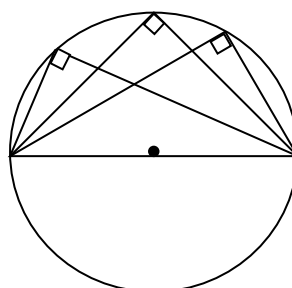
$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2}, \text{ если } \overset{\frown}{AB} \text{ меньше полуокружности}$$



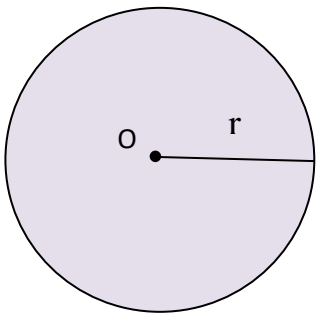
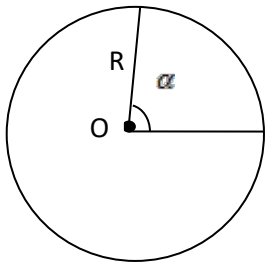
Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



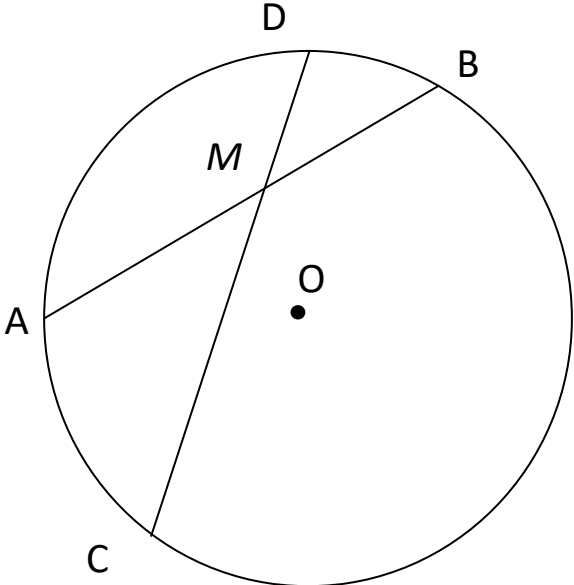
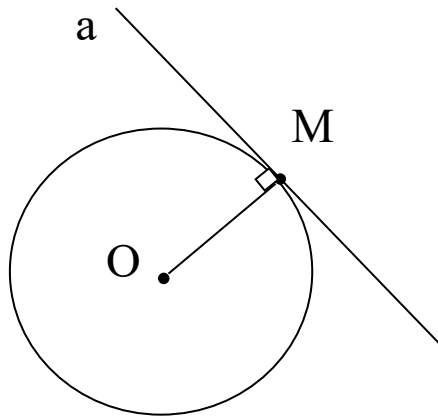
Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.



## ПЛОЩАДЬ

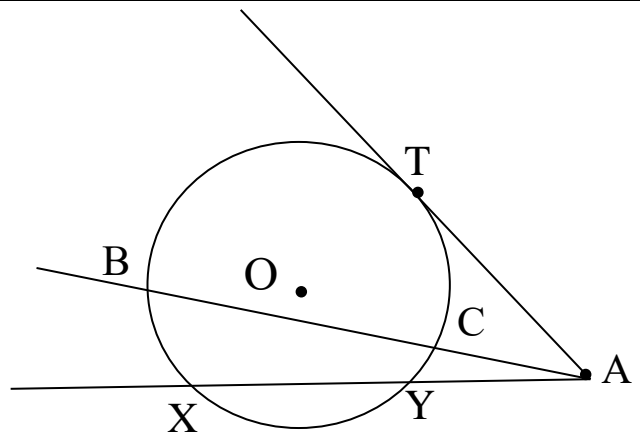
<p><b>Площадь круга</b></p> 	<p><b>Площадь сектора</b></p> 
$S = \pi r^2$	$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$

## СВОЙСТВА ОКРУЖНОСТИ И ЕЁ ЭЛЕМЕНТОВ

<p><b>Свойство хорд</b></p> <p>AB; CD – хорды</p> <p style="text-align: center;"><math>AB \cap CD = M</math></p> <p style="text-align: center;"><math>AM \cdot MB = CM \cdot MD</math></p> <p>Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.</p>	
<p><b>Свойство касательной</b></p> <p>OM – радиус</p> <p>a – касательная</p> <p>M – точка касания</p> <p style="text-align: center;"><math>OM \perp a</math></p> <p>Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.</p>	

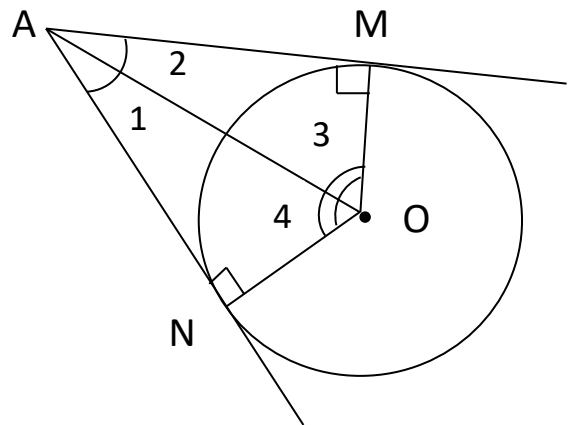


$AT$  – касательная  
 $AB$ ;  $AX$  – секущие  
 $AT^2 = AX \cdot AY$   
 $AT^2 = AB \cdot AC$

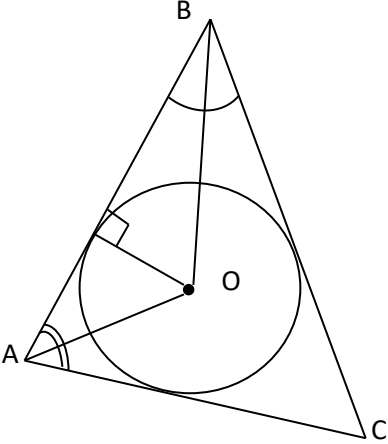


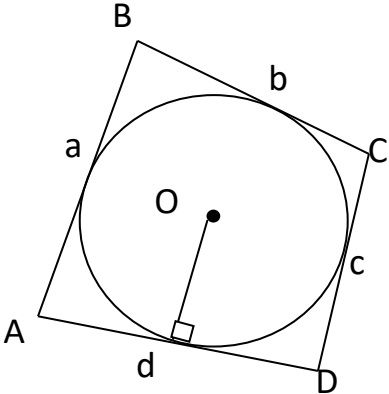
$AM$ ,  $AN$  – касательные  
 $M$ ,  $N$  – точки касания  
 $AM = AN$   
 $\angle 1 = \angle 2$ ;  $\angle 3 = \angle 4$

Отрезки касательных к окружности,  
 проведенных из одной точки, равны и  
 составляют равные углы с прямой,  
 проходящей через эту точку и центр  
 окружности.

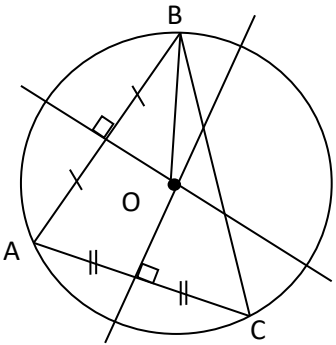


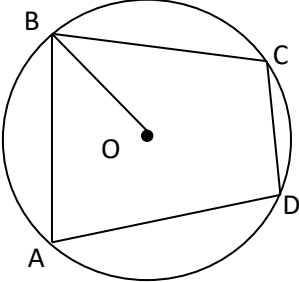
## ВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

	<p>В любой треугольник можно вписать окружность. Её центр – точка пересечения биссектрис треугольника.</p> $r = \frac{2S}{a+b+c}$ <p style="text-align: center;">- радиус вписанной окружности</p> <p><math>a, b, c</math> – стороны треугольника <math>S</math> – площадь треугольника</p>
---	---

	<p>В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность, только если: <math>a + c = b + d</math>,</p> <p>где <math>a, b, c, d</math>- стороны четырехугольника</p>
--	---

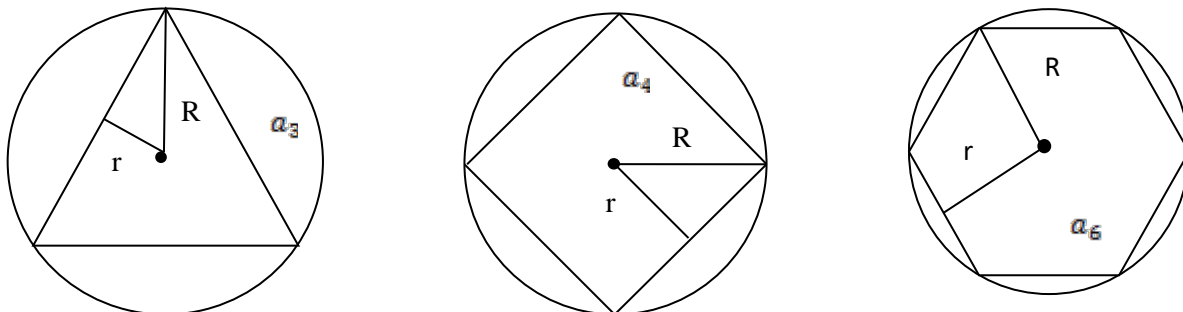
## ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

	<p>Около любого треугольника можно описать окружность. Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.</p> $R = \frac{abc}{4S}$ <p style="text-align: center;">- радиус описанной окружности</p> <p><math>a, b, c</math> – стороны треугольника <math>S</math> – площадь треугольника</p>
---	--

	<p>Около выпуклого четырехугольника можно описать окружность, только если: <math>\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ</math></p>
---	---

## ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.



$$\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ \text{ — вычисление угла}$$

многоугольника

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n} \text{ — сторона}$$

многоугольника

$$S = \frac{1}{2} \cdot Pr \text{ — площадь}$$

$$r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$$

$n$  — число сторон

$R$  — радиус описанной окружности

$r$  — радиус вписанной окружности

$P$  — периметр

	треугольник	квадрат	шестиугольник
$\angle \alpha$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$
$a$	$a_3 = R\sqrt{3}$	$a_4 = R\sqrt{2}$	$a_6 = R$
$R$	$R = \frac{a_3}{\sqrt{3}}$	$R = \frac{a_4}{\sqrt{2}}$	$R = a_6$
$r$	$r = \frac{1}{2} R$	$r = \frac{\sqrt{2}}{2} R$	$r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$

## ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

Расстояние между точками	$A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
Координаты $(x; y)$ середины отрезка $AB$ с концами $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
Общее уравнение прямой, перпендикулярной вектору $\vec{n}\{a; b\}$	$ax + by + c = 0$
Уравнение окружности с радиусом $R$ и с центром в точке $(x_0; y_0)$	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
Если $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ , то координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ :	$\overrightarrow{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$
Сложение векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\} + \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 + b_1; a_2 + b_2\}$ $\vec{a}\{a_1; a_2\} - \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 - b_1; a_2 - b_2\}$
Умножение вектора $\overrightarrow{a}\{a_1; a_2\}$ на число $\lambda$	$\overrightarrow{a}\{a_1; a_2\}\lambda = \overrightarrow{\{ \lambda a_1; \lambda a_2 \}}$
Скалярное произведение векторов: $\vec{a}$ и $\vec{b}$	$\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos \varphi$ где $\varphi$ - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$
Скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$
Косинус угла между векторами: $\vec{a}\{a_1; a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2\}$	$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a}  \cdot  \vec{b} } = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$
Необходимое и достаточное условие перпендикулярности векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\} \perp \vec{b}\{b_1; b_2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{или} \quad a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$

### Литература:

1. Математика: Справ. Материалы: Кн. для учащихся, - М.: Просвещение, 2001-416 с.
2. Геометрия. 7 – 9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений/ (Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.). – 20-е изд.- М.: Просвещение, 2010.- 384 с.

Справочник составили:

учителя математики

Есикова Л.И. и Ушакова М.Б.

МБОУ СОШ № 11 п. РАЯКОСКИ