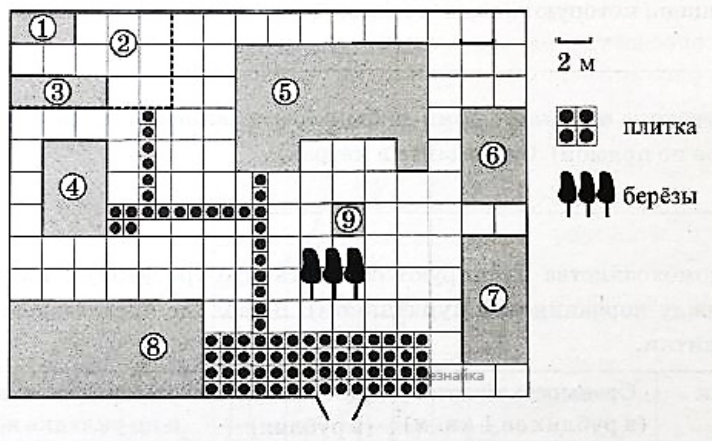


Вариант 8

Часть 1.

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в поле соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м. Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м x 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	баня	курятник	пруд	коровник	фонтан
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

- 3 Найдите площадь, которую суммарно занимают баня и коровник. Ответ дайте в квадратных метрах.

- 4 Найдите расстояние от бани до фонтана (расстояние между двумя ближайшими

1

2

3

4

точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

- 5 Владелец домохозяйства планирует обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.)	Доставка (в руб.)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.)
1	270	1000	10000
2	275	2000	7000
3	285	3000	6000

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{2,1 \cdot 3,8}{7,6 \cdot 0,7}$$

- 7 На координатной прямой обозначены точки A и B. Какое из приведенных ниже утверждений относительно значений A и B неверно?



- 1) $|A| > |B|$
- 2)
- 3)
- 4) $-B - A > 0$

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$

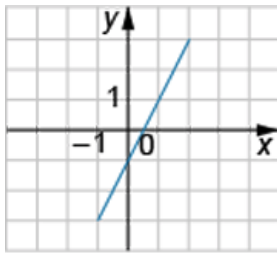
- 1) 4
- 2) $10 - \sqrt{21}$
- 3) $4 - \sqrt{21}$
- 4) $10 - 2\sqrt{21}$

- 9 Найдите меньший корень уравнения

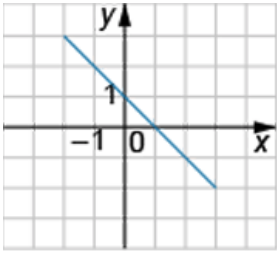
$$\frac{5}{11-x} = \frac{x}{6}$$

- 10 В упаковке находятся 500 воздушных шаров двух цветов. Определите, сколько среди них красных, если известно, что при случайном выборе вероятность достать из упаковки не красный шар равна 0,85.

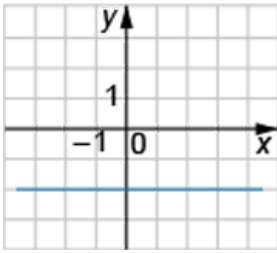
- 11 Установите соответствие между графиком и верным для него утверждением.



A)



Б)



В)

- 1) $y = 2x - 1$
- 2) $y = -2x + 1$
- 3) $y = -x + 1$
- 4) $y = -2$

12 Последовательность задана условиями: $b_1 = -17$, $b_{n+1} = 2 + b_n$, $n \in \mathbb{Z}$

Найдите количество отрицательных членов данной последовательности.

12

13 Упростите выражение $\frac{1}{ab} \left(\frac{a^2b}{a^2-b^2} - \frac{b^2a}{b^2-a^2} \right)$ и найдите его значение при $a = 114$, $b = 112$.

13

14 Период колебаний пружинного маятника (в секундах) можно найти по формуле

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, где m — масса груза, закрепленного на пружине (в кг), k — жесткость пружины (в Н/м). Определите массу закрепленного на пружине груза, если известно, что период колебаний составляет 8π секунд, а жесткость пружины равна 2 Н/м.

14

15 Установите соответствие между неравенством (обозначено буквами) и множеством его решений (обозначено цифрами).

- A)
- Б)
- В) $x^2 > 400$
- Г) $x^2 > -400$

15

- 1) $(-\infty; -20) \cup (20; +\infty)$
- 2) $(-\infty; +\infty)$
- 3) нет решений
- 4) $(-20; 20)$

16 Сумма трёх углов равнобедренной трапеции равна 295° . Чему равен больший из углов данной трапеции? Ответ дайте в градусах.

16

17 Окружность, длина которой равна $14\pi\sqrt{2}$ см, описана около квадрата. Найдите периметр квадрата (в см).

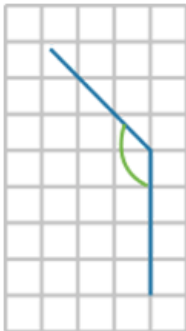
17

18 Найдите площадь треугольника ABC (в см^2), если известно, что сторона AC в полтора раза больше BC, $BC = 12$ см, а $\angle ABC + \angle BAC = 150^\circ$

18

19 Найдите котангенс угла, изображённого на рисунке.

19



20 Какие из приведённых ниже утверждений верны? Выберите 2 варианта из списка.

20

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60°
- 2) Длина окружности в два раза больше её радиуса.
- 3) В любом треугольнике центры вписанной и описанной окружностей совпадают.
- 4) Все точки плоскости, равноудаленные от заданной точки, лежат на одной окружности.

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $x(1 - \sqrt{2}) > 3,8(1 - \sqrt{2})$

22 К раствору, содержащему 40г соли, добавили 200г воды, после чего концентрация уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор и какова была его концентрация?

23 Постройте график функции $y = \begin{cases} 2x - x^2, & \text{при } x \geq 0, \\ -4x - x^2, & \text{при } x < 0 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки

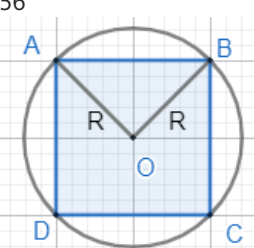
24 В треугольник ABC вписана окружность с центром в точке O. Луч AO пересекает сторону BC в точке K. Найдите площадь треугольника ABC, если $AB = 13$, $AC = 15$, $BK = 6,5$.

25 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках M и K соответственно. Докажите, что $BM = DK$.

26 В параллелограмме ABCD угол A равен 80° , сторона AB равна 7. Биссектриса угла при вершине A пересекает сторону CD в точке E. Найдите радиус окружности, касающейся отрезка AB и лучей BC и AE.

Ответы

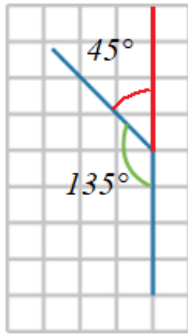
1	<p>68479</p> <p>Баня - 6 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник. Между жилым домом и коровником построена баня."</p> <p>Курытник - 8 - "При входе на участок слева от ворот находится курытник."</p> <p>Пруд - 4 - "При входе на участок слева от ворот находится курытник. Рядом с курытником расположен пруд."</p> <p>Коровник - 7 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник."</p> <p>Фонтан - 9 - "Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рошица."</p>
2	<p>7</p> <p>Площадка между коровником и курытником: 56 м^2 - 56 штук.</p> <p>Дорожки: $10+9+2+6=27$ штук.</p> <p>Всего: $56+27=83$ штуки.</p> <p>$83/12=6,91(6)\approx 7$ упаковок</p>
3	<p>56</p> <p>Одна клеточка на плане занимает $2 \times 2 = 4 \text{ м}^2$</p> <p>Баня занимает $2 \times 3 = 6$ клеточек. Его площадь: $6 \times 4 = 24 \text{ м}^2$</p> <p>Коровник занимает $2 \times 4 = 8$ клеточек. Его площадь: $8 \times 4 = 32 \text{ м}^2$</p> <p>Суммарная площадь: $32 + 24 = 56 \text{ м}^2$</p>
4	<p>6</p> <p>Баня расположена под цифрой 6, а фонтан - 9. Между ними 3 клеточки, значит расстояние между ними - $3 \cdot 2 \text{ м} = 6 \text{ м}$.</p>
5	<p>31825</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает 1 м^2. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: $270 \cdot 83 + 1000 + 10000 = 33410$ руб.</p> <p>2: $275 \cdot 83 + 2000 + 7000 = 31825$ руб.</p> <p>3: $285 \cdot 83 + 3000 + 6000 = 32655$ руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 2го поставщика по цене 31825 рублей</p>
6	<p>1,5</p> $\frac{2,1 \cdot 3,8}{7,6 \cdot 0,7}$
7	<p>3</p> <p>1) $A > B$ - верно. А отстоит от 0 на большее расстояние, чем В.</p> <p>2) - верно. Потому что $A > B$ и А - отрицательное.</p> <p>3) - неверно. Потому что $A > B$.</p> <p>4) $-B - A > 0$ - верно.</p>
8	<p>4</p> $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = 7 - 2\sqrt{21} + 3 = 10 - 2\sqrt{21}$
9	<p>5</p> $\frac{5}{11-x} = \frac{x}{6}$ $30 = 11x - x^2$ $x^2 - 11x + 30 = 0$ <p>$x_1 = 5$</p> <p>$x_2 = 6$</p>

10	75 $500 \cdot (1 - 0,85) = 75$
11	134 Все изображённые здесь графики — прямые. Уравнение прямой: $y = kx + b$ А) - 1) При $x = 0$: $y = -1$, значит $b = -1$. При увеличении x на единицу, значение y возрастает на 2, следовательно $k = 2$. Б) - 3) При $x = 0$: $y = 1$, значит $b = 1$. При увеличении x на единицу, значение y уменьшается на 1, следовательно $k = -1$. В) - 4) Прямая параллельна оси абсцисс, значит $k = 0$, при этом $y = b = -2$
12	9 Данная последовательность является арифметической, так как $d = b_{n+1} - b_n = 2$ Формула n -ного члена: $b_n = b_1 + d(n-1)$ $b_n = -17 + 2(n-1) < 0$ $2(n-1) < 17$ $n-1 < 8,5$ $n < 9,5$ - так как $n \in \mathbb{Z}$, то $b_{10} > 0$ и $b_9 < 0$ Значит всего 9 отрицательных членов.
13	0,5 $\frac{1}{ab} \left(\frac{a^2 b}{a^2 - b^2} - \frac{b^2 a}{b^2 - a^2} \right)$
14	32 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$
15	4312 А) $-20 < x < 20 \rightarrow x \in (-20; 20)$ Б) - нет решений В) $x^2 > 400$ Либо $x < -20$, либо $x > 20 \rightarrow x \in (-\infty; -20) \cup (20; \infty)$ Г) $x^2 > -400$ - x любое
16	115 Сумма углов в равнобедренной трапеции равна 360° , значит четвертый угол трапеции равен $360^\circ - 295^\circ = 65^\circ$ - величина острого угла. Так как трапеция равнобедренная, то острые и тупые углы равны между собой, значит сумма больших углов равна $295^\circ - 65^\circ = 230^\circ$. Тогда один большой угол равен: $230^\circ / 2 = 115^\circ$
17	56  Длина окружности равна $L = 2\pi R = 14\pi\sqrt{2} \rightarrow R = 7\sqrt{2}$ Треугольник АОВ прямоугольный и равнобедренный. По теореме Пифагора: $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 14$ Периметр квадрата: $P = 4 \cdot 14 = 56$
18	54 Если сторона AC в полтора раза больше BC , а $BC = 12$ см, то $AC = 1,5 \cdot BC = 18$ см. Сумма углов в треугольнике равна 180° , значит $\angle ACB = 180^\circ - (\angle ABC + \angle BAC) = 30^\circ$

Площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними.

$$S = AC \cdot BC \cdot \sin \angle ACB / 2 = 12 \cdot 18 \cdot \sin 30^\circ / 2 = 54$$

19 -1



$$\operatorname{ctg} 135^\circ = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1$$

20 14

1) Верно.

2) Неверно. Длина окружности в 2π раза больше её радиуса.

3) Неверно. Центр вписанной окружности - точка пересечения биссектрис, а центр описанной окружности - точка пересечения серединных перпендикуляров.

4) Все точки плоскости, равноудаленные от заданной точки, лежат на одной окружности.

21

$$x(1-\sqrt{2}) > 3,8(1-\sqrt{2})$$

Так как $(1-\sqrt{2}) < 0$, то

$$x < 3,8 \rightarrow \text{наибольшее целое число } 3$$

Ответ: 3

22

Пусть x г воды содержал раствор, тогда его концентрация составляла $40/(x+40)$.

После того как добавили 200г воды, концентрация раствора составила $40/(x+40+200)$, что на $10\%/100\% = 0,1$ меньше первоначальной концентрации.

- условию задачи не удовлетворяет

грамм воды было первоначально в растворе

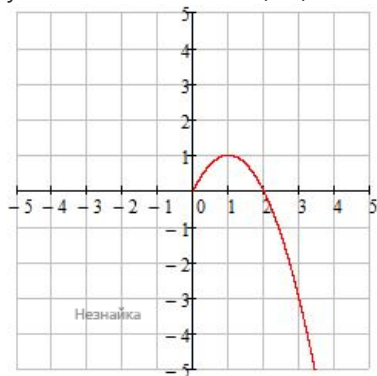
$$40/(40+160) = 0,2 \rightarrow 20\% \text{ первоначальная концентрация раствора}$$

Ответ: 160г, 20%

23

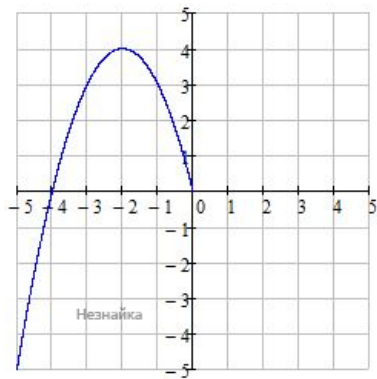
1) Сначала построим $y = 2x - x^2$, при $x \geq 0$

$$y = 2x - x^2 = -x^2 + 2x - 1 + 1 = -(x-1)^2 + 1 \text{ - парабола, ветви вниз, вершина } (1;1)$$

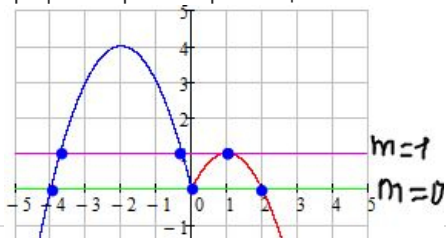


2) $y = -4x - x^2$, при $x < 0$

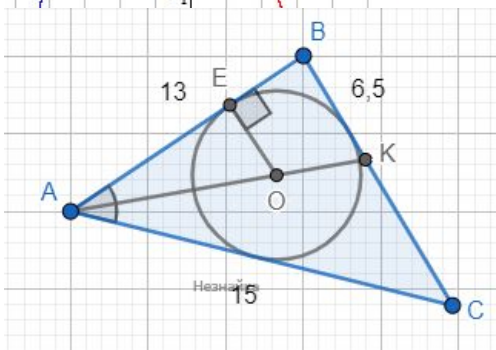
$$y = -4x - x^2 = -x^2 - 4x - 4 + 4 = -(x+2)^2 + 4 \text{ - парабола, ветви вниз, вершина } (-2;4)$$



3) Совмещаем оба графика и находим m , при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно три общие точки.



24



Центром окружности вписанной в треугольник, является точка пересечения биссектрис. Следовательно AK - биссектриса.

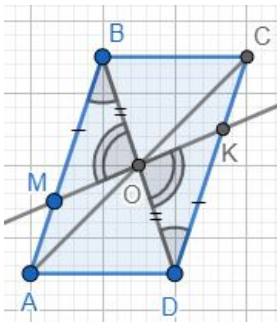
По свойству биссектрисы:

$$BC = BK + CK = 6,5 + 7,5 = 14$$

По формуле Герона:

Ответ: 84

25

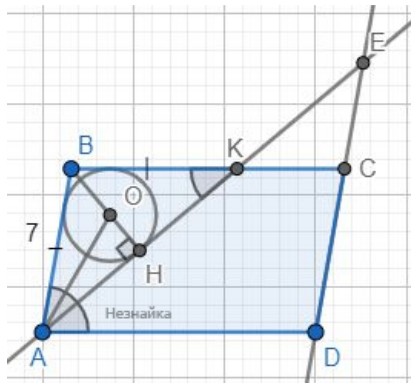


Диагонали параллелограмма делятся пополам в точке пересечения, следовательно $\triangle OBA = \triangle ODC$.

Тогда $\angle OBA = \angle ODC$ и $OB = OD$. $\angle BOM = \angle DOK$ - как вертикальные углы. Значит $\triangle BOM = \triangle DOK$ по стороне и двум прилежащим углам.

Таким образом $BM = DK$

26



Биссектриса AE пересекает BC в точке K . Углы $\angle BKA = \angle DAE$ - как накрест лежащие, $\angle BAK = \angle DAE$ - AE биссектриса, следовательно, $\angle BKA = \angle BAK$, значит $\triangle ABK$ равнобедренный. Тогда $AB = BK = 7$ и $\angle BKA = \angle BAK = 40^\circ$

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания):
 gregorykharin@yandex.ru

Источник: https://neznaika.info/test/math_oge/1406-variant-8.html