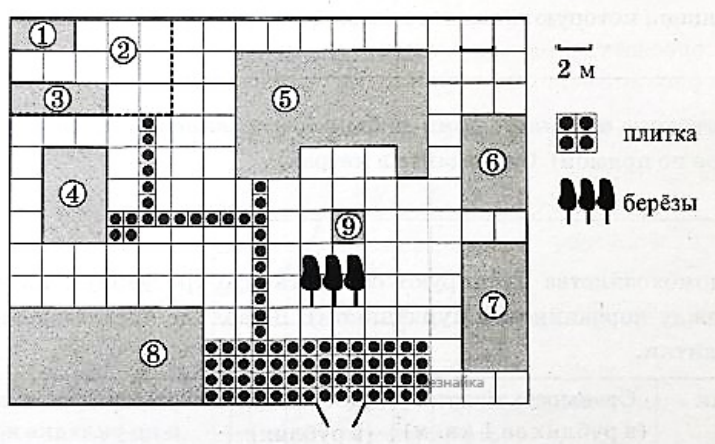


Вариант 4

Часть 1.

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в поле соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м. Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м x 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	жилой дом	огород	коровник	баня	компостная яма
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 3 штуки. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

- 3 Найдите площадь, которую занимает баня. Ответ дайте в квадратных метрах.

- 4 Найдите расстояние от жилого дома до пруда (расстояние между двумя ближайшими

1

2

3

4

точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

- 5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.)	Доставка (в руб.)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.)
1	440	10000	бесплатно
2	430	5000	3000
3	420	2000	6000

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{8,3 - 5,7}{1,3}$$

- 7 Какое из следующих чисел заключено между числами $\sqrt{0,23}$ и $\frac{9}{17}$?

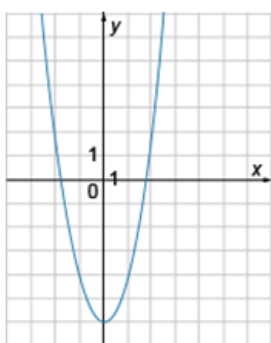
- 1) 0,3
- 2) 0,4
- 3) 0,5
- 4) 0,6

- 8 Найдите значение выражения $(7 \cdot 10^{-4})(1,3 \cdot 10^3)$

- 9 Решите уравнение $49 = (2x - 7)^2$. Если корней несколько, в ответе укажите наименьший.

- 10 В группе 25 человек, из них 10 мальчиков. Среди девочек шесть человек занимаются спортом. Найдите вероятность того, что участник, выбранный на соревнование случайным образом, окажется девочкой, которая не занимается спортом.

- 11 Какой график из приведённых ниже функций изображён на рисунке?



- 1) $2x^2 + 6$

2) $2x^2 - 6$

3) $-2x^2 + 6$

4) $-2x^2 - 6$

12 Дана арифметическая прогрессия a_n , разность которой равна 3,2, $a_1 = -6$. Найдите a_{13}

12

13 Упростите выражение $\frac{6x - 14}{49 - 42x + 9x^2}$ и найдите его значение при $x = 2$. В ответ запишите полученное число.

13

14 Для прямоугольного треугольника справедлива формула $c^2 = a^2 + b^2$, где c — гипотенуза, a и b — катеты. Найдите катет b (в см.), если $a = 7$ см, $c = 25$ см.

14

15 При каких значениях x выражение $6x - 2$ принимает положительные значения?

15

1) $x > \frac{1}{3}$

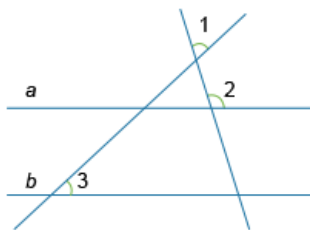
2)

3) $x > 3$

4)

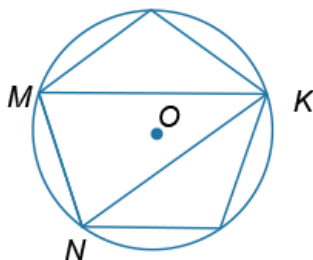
16 Известно, что прямые a и b параллельны. Найдите угол 1 (в градусах), если известно, что угол 2 равен 118° , а угол 3 равен 52° .

16



17 В окружность с центром в точке O вписан правильный пятиугольник. Найдите угол $\angle MKN$ (в градусах).

17



18 В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 26 см, а основание — 20 см. Найдите площадь (в см^2) этого треугольника.

18

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$

22 Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 21 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x < -1 \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x \geq -1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

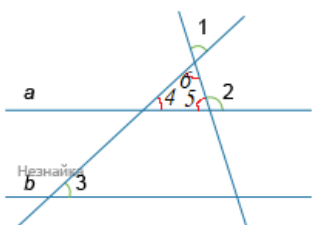
24 Меньшее основание прямоугольной трапеции равно 12,5 см, а большая диагональ является биссектрисой угла при большем основании и равна 20 см. Найдите площадь трапеции.

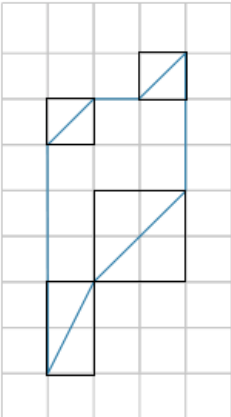
25 В треугольнике ABC угол ACB тупой, $BO \perp AC$, $OF \perp AB$, $OD \perp BC$. Докажите, что $\angle ACB = \angle DFB$.

26 В выпуклом четырёхугольнике ABCD точка E – точка пересечения диагоналей. Известно, что площадь каждого из треугольников ABE и DCE равна 1, площадь четырёхугольника ABCD не превосходит 4, $AD = 3$. Найдите длину стороны BC.

Ответы

1	<p>52761</p> <p>Жилой дом - 5 - "Жилой дом расположен в глубине территории."</p> <p>Огород - 2 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией)."</p> <p>Коровник - 7 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник."</p> <p>Баня - 6 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник. Между жилым домом и коровником построена баня."</p> <p>Компостная яма - 1 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма."</p>
2	<p>28</p> <p>Площадка между коровником и курятником: 56 м^2 - 56 штук.</p> <p>Дорожки: $10+9+2+6=27$ штук.</p> <p>Всего: $56+27=83$ штуки.</p> <p>$83/3=27,(6)\approx 28$ упаковок</p>
3	<p>24</p> <p>Одна клеточка на плане занимает $2 \times 2 = 4 \text{ м}^2$</p> <p>Баня занимает $2 \times 3 = 6$ клеточек</p> <p>Его площадь: $6 \times 4 = 24 \text{ м}^2$</p>
4	<p>8</p> <p>Жилой дом расположен под цифрой 5, а пруд - 6. Между ними 4 клеточки, значит расстояние между ними - $4 \cdot 2 \text{ м} = 8 \text{ м}$.</p>
5	<p>42860</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает 1 м^2. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: $440 \cdot 83 + 10000 = 46520$ руб.</p> <p>2: $430 \cdot 83 + 5000 + 3000 = 43690$ руб.</p> <p>3: $420 \cdot 83 + 2000 + 6000 = 42860$ руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 3го поставщика по цене 42860 рублей</p>
6	<p>2</p> $\begin{array}{r} 8,3 - 5,7 \\ \underline{1,3} \end{array}$
7	<p>3</p> <p>Число $\sqrt{0,23}$ лежит между числами $\sqrt{0,16}$ и $\sqrt{0,25}$, т.е. $0,4 < \sqrt{0,23} < 0,5$</p> $\begin{array}{r} -9 \quad \quad 17 \\ \underline{85} \quad \quad 0,52 \\ -50 \\ \underline{34} \\ 160 \end{array}$ <p>Значит $\sqrt{0,23} < 0,5 < 9/17$</p>
8	<p>0,91</p> <p>$(7 \cdot 10^{-4})(1,3 \cdot 10^3)$</p>
9	<p>0</p> <p>$49 = (2x - 7)^2$</p> <p>$49 = 4x^2 - 28x + 49$</p> <p>$4x^2 - 28x = 0$</p> <p>$4x(x - 7) = 0$</p>

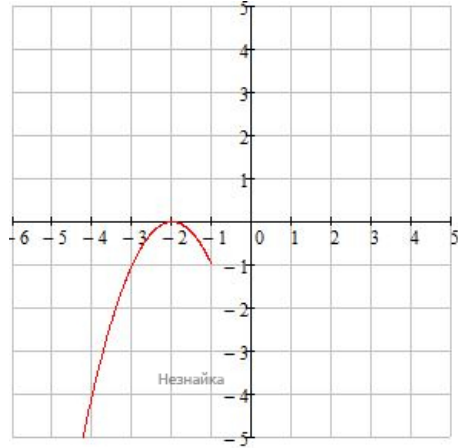
	$x_1=0$ - наименьший корень $x_2=7$
10	0,36 Девочек в группе $25-10=15$. Из них $15-6=9$ не занимаются спортом. Вероятность случайного выбора участника, который окажется не спортивной девочкой: $9/25=0,36$
11	2 Уравнение параболы $y=ax^2+bx+c$ Вершина в точке $(0;-6)$ $x_0=-b/2a=0$ $b=0$ $y(0)=c=-6$ $y(1)=a+c=-4$ $a=2$ Получили уравнение $y=2x^2-6$
12	32,4 $a_n=a_1+d(n-1)$ $a_{13}=-6+3,2(13-1)=32,4$
13	-2 $\frac{6x-14}{49-42x+9x^2}$
14	24 $c^2=a^2+b^2$ $b^2=c^2-a^2$ $b^2=25^2-7^2=625-49=576$ $b=\sqrt{576}=24$
15	1 $6x-2>0$ $6x>2$ $x>1/3$
16	66  Так как прямые а и b параллельны, то углы $\angle 3$ и $\angle 4$ равны между собой. $\angle 4=\angle 3=52^\circ$ Углы $\angle 2$ и $\angle 5$ смежные, значит $\angle 2+\angle 5=180^\circ \rightarrow \angle 5=180^\circ-118^\circ=62^\circ$ Сумма углов в треугольнике равна $180^\circ \rightarrow \angle 4+\angle 5+\angle 6=180^\circ \rightarrow \angle 6=180^\circ-52^\circ-62^\circ=66^\circ$ Вертикальные углы $\angle 6$ и $\angle 1$ равны между собой, значит $\angle 1=66^\circ$
17	36 Вписанный угол $\angle MKN$ равен половине дуги MN на которую он опирается. Так как пятиугольник правильный, то градусная мера дуги $MN=360^\circ/5=72^\circ$ $\angle MKN=72^\circ/2=36^\circ$
18	240 Проведем высоту из вершины равнобедренного треугольника. Получим два одинаковых прямоугольных треугольника, катетами которого являются высота и половина основания треугольника. По теореме Пифагора находим высоту

	<p>треугольника. $h = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ Площадь треугольника есть половина произведения высоты на основание. $S = h \cdot a / 2 = 24 \cdot 20 / 2 = 240$</p>
19	<p>11</p>  <p>Площадь не выделенной фигуры, составленной из клетки 1см x 1см, равна 7 см² Площади выделенных треугольников рассчитывается как полусумма произведения катетов: $S = (1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2) / 2 = 8 / 2 = 4$ Получаем итоговую площадь всей фигуры: 7 + 4 = 11</p>
20	<p>12</p> <p>1) Неверно. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. 2) Неверно. Во всякий <u>выпуклый</u> четырёхугольник можно вписать окружность. 3) Верно. Так как стороны параллелограмма попарно равны. 4) Верно.</p>
21	<p>Разложим квадратный многочлен $x^2 + 3x - 10$ на множители $a(x - x_1)(x - x_2)$ $D = 3^2 - 4 \cdot (-10) \cdot 1 = 49$ $x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2)$ Получаем $(x + 5)^2(x - 5)^2 + (x + 5)^2(x - 2)^2 = 0$ $(x + 5)^2((x - 5)^2 + (x - 2)^2) = 0$ 1) $(x - 5)^2 + (x - 2)^2 = 0$ $x^2 - 10x + 25 + x^2 - 4x + 4 = 0$ $2x^2 - 14x + 29 = 0$ $D = 14^2 - 4 \cdot 29 \cdot 2 = -36$ - корней нет 2) $(x + 5)^2 = 0 \rightarrow x = -5$ Ответ: -5</p>
22	<p>Пусть третий велосипедист выехал со скоростью x км/ч. В этот момент, первый велосипедист был на расстоянии $21 \cdot 2 = 42$ км от поселка, а второй $15 \cdot 1 = 15$ км. Скорость сближения третьего ко второму составляет $x - 15$ км/ч, а скорость сближения третьего к первому $x - 21$ км/ч. Третий догонит второго через $15 / (x - 15)$, а первого через $42 / (x - 21)$ часов, что будет на 9 часов позже. $42x - 630 - 15x + 315 = 9x^2 - 324x + 2835$ $9x^2 - 351x + 3150 = 0$ $x^2 - 39x + 350 = 0$ $D = (-39)^2 - 4 \cdot 350 \cdot 1 = 121$ - лишний корень, так как противоречит условию км/ч Ответ: 25</p>
23	<p>Это кусочно-заданная функция. Построим ее сначала отдельно для $x < -1$ и $x \geq -1$, а</p>

затем совместим графики.

При $x < -1$

$y = -x^2 - 4x - 4 = -(x+2)^2$ - парабола ($y = x^2$), ветви вниз, вершина $(-2; 0)$.

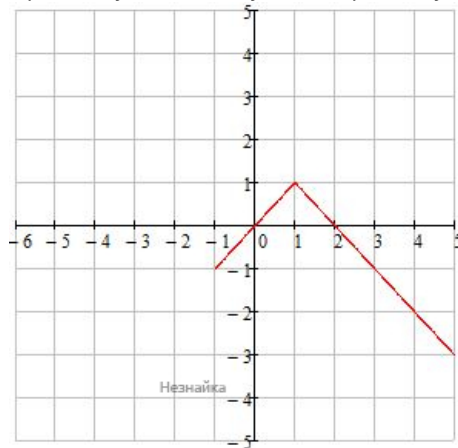


При $x \geq -1$

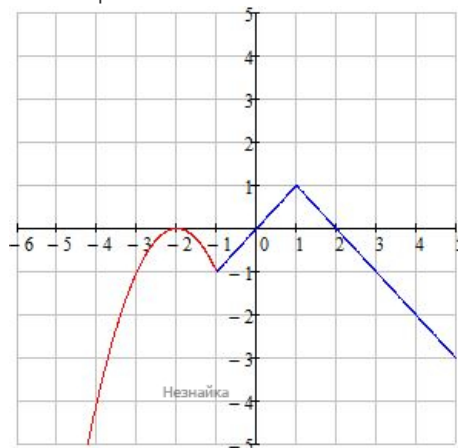
Раскроем знак модуля: $x-1=0 \rightarrow x_0=1$

При $-1 \leq x \leq 1$: $y = 1 - (1-x) \rightarrow y = x$ - прямая, биссектриса 1 и 3 четверти, выходит из начала координат.

При $x > 1$: $y = 1 - (x-1) \rightarrow y = 2-x$ - прямая ($y = -x$), сдвинутая на 2 ед вправо



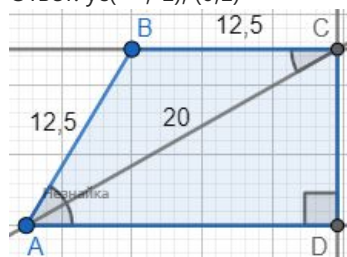
Совмещаем



Прямая $y = m$ параллельна оси Ox и пересекает график в двух точках только при $y < -1$ и $0 < y < 1$

Ответ: $y \in (-\infty; -1), (0; 1)$

24



AD и BC - параллельны, так что $\angle CAD = \angle ACB$ как накрест лежащие. Тогда $\triangle ABC$

равнобедренный и $AB=BC$. По теореме косинуса найдем косинус угла $\angle BAC$:

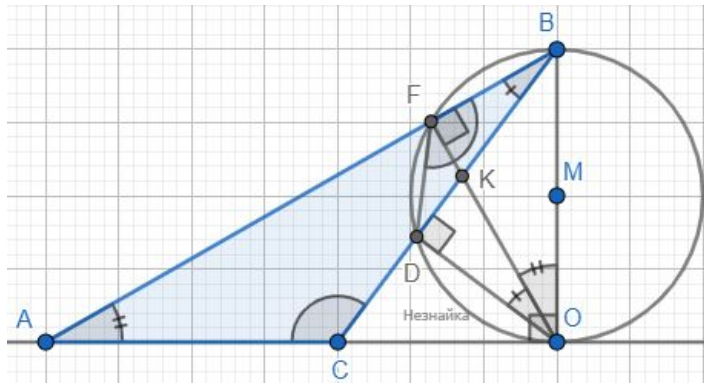
→

По теореме Пифагора найдем высоту трапеции CD :

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$$

Ответ: 171

25



Треугольники $\triangle OFB$ и $\triangle AOB$ подобны, так как они прямоугольные и $\angle OBF$ общий. Значит углы $\angle BOF = \angle BAO$ равны между собой.

Треугольники $\triangle ODK$ и $\triangle BFK$ так же подобны - они прямоугольные и $\angle FKB = \angle DKO$. Тогда равны углы $\angle DOK = \angle FBK$.

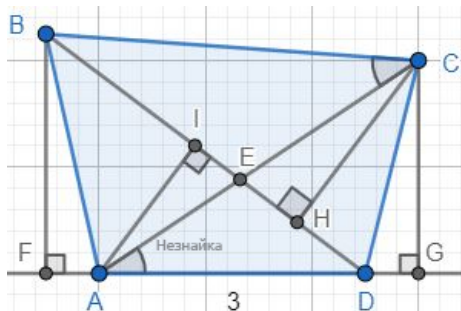
Углы $\angle ODB$ и $\angle OFB$ прямые, поэтому можно построить окружность на OB , как на диаметре, и при этом точки D и F лежат на этой окружности. То есть четырехугольник $ODFB$ - вписанный в окружность, и значит сумма противоположных углов равна 180° .

$$\angle DFB + \angle DOB = 180^\circ$$

$$\angle DFB = 180^\circ - \angle DOB = 180^\circ - (\angle DOK + \angle BOF) = 180^\circ - (\angle FBK + \angle BAO) = \angle ACB$$

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle FBK + \angle BAO) \rightarrow \angle DFB = \angle ACB$$

26



Площади треугольников $\triangle ABD$ и $\triangle ACD$ равны между собой, так как :

$$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle AED}$$

$$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle DEC} + S_{\triangle AED}$$

$$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DEC} = 1$$

Тогда $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$, т.е.

$1/2 \cdot BF \cdot AD = 1/2 \cdot CG \cdot AD \rightarrow BF = CG \rightarrow BF$ и CG перпендикулярны $AD \rightarrow AD$ параллельно $BC \rightarrow ABCD$ - трапеция

$\angle DAC = \angle ACB$ - как накрестлежащие $\rightarrow \triangle AED$ подобен $\triangle CEB$

Рассмотрим треугольники $\triangle BCE$ и $\triangle DCE$:

$$S_{\triangle BCE} = 1/2 \cdot CH \cdot BE$$

$$S_{\triangle DCE} = 1/2 \cdot CH \cdot DE$$

$$\rightarrow S_{\triangle BCE} = BC/3$$

Рассмотрим треугольники $\triangle BAE$ и $\triangle AED$:

$$S_{\triangle ABE} = 1/2 \cdot AI \cdot BE$$

$$S_{\triangle AED} = 1/2 \cdot AI \cdot DE$$

$$\rightarrow S_{\triangle AED} = 3/BC$$

Так как $S_{ABCD} \leq 4$, то

$$S_{\triangle AED} + S_{\triangle BCE} + S_{\triangle ABE} + S_{\triangle DCE} \leq 4$$

$$3/BC + BC/3 + 1 + 1 \leq 4$$

$$BC/3 - 2 + 3/BC \leq 0$$

$$BC^2 - 6 \cdot BC + 9 \leq 0$$

$(BC-3)^2 \leq 0 \rightarrow BC=3$ так как квадрат числа не может быть отрицательным, но может быть равен 0.

Ответ: 3

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания):
gregorykharin@yandex.ru

Источник: https://neznaika.info/test/math_oge/1402-variant-4.html