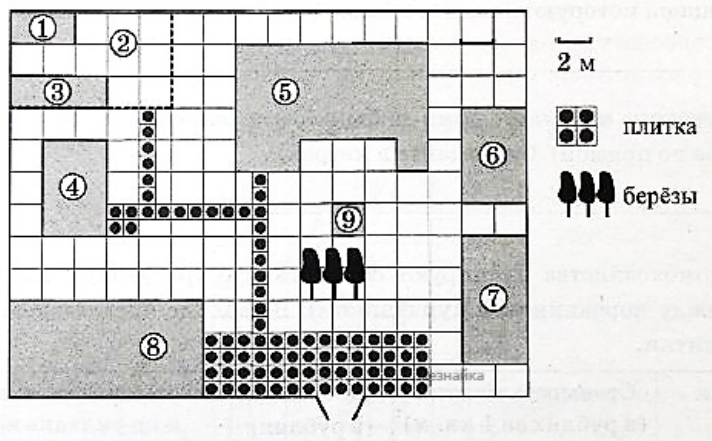


Вариант 1

Часть 1.

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в поле соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м. Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м x 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	огород	пруд	фонтан	баня	жилой дом
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

- 3 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

- 4 Найдите расстояние от жилого дома до бани (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

1

2

3

4

- 5 Владелец домохозяйства планирует обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.)	Доставка (в руб.)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.)
1	270	4000	15000
2	280	3000	5000
3	300	2000	8000

- 6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{5}{7} + \frac{3}{28}\right) : 3\frac{2}{7}$$

- 7 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{12}{23}$ и $\frac{11}{17}$
- 1) 0,4
 - 2) 0,5
 - 3) 0,6
 - 4) 0,7

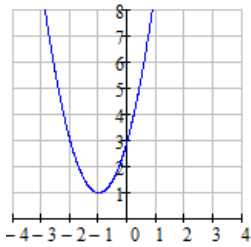
- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{8^{-6} \cdot 8^{-7}}{8^{-15}}$$

- 9 Решите уравнение $(2x+6)^2 - 15 = 21 + 4x$. Если корней несколько, в ответ запишите наименьший из них.

- 10 В коробке лежат четыре вида конфет в красной, синей, зелёной и жёлтой обёртках. Маша уже съела четыре конфеты в красной обёртке и шесть конфет в жёлтой обёртке. Какова вероятность того, что следующая случайно вынутая конфета будет в синей обёртке, если изначально в коробке было 460 конфет, а конфет каждого вида было одинаковое количество? Ответ округлить до десятых и дать в виде десятичной дроби.

- 11 Найдите значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$



- 1) -1
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

12 Дана арифметическая прогрессия $a_1 = -12$; $a_2 = -10,4$; $a_3 = -8,8$; ...

Найдите a_{14} .

12

13

Упростите выражение $\frac{3x-6}{2y-yx}$ и найдите его значение при $x = \sqrt{2}$, $y = 5$. Запишите полученное число.

13

14

Объём правильной треугольной пирамиды вычисляется по формуле $V = \frac{h \cdot a^2}{4\sqrt{3}}$, где h — высота пирамиды, a — сторона основания пирамиды. Найдите a (в см), если $V = 96$ см³, а $h = 6\sqrt{3}$

14

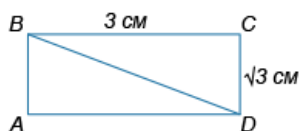
15 Решение какого неравенства изображено на рисунке?



- 1) $x^2 - 49 > 0$
- 2) $x^2 + 49 > 0$
- 3)
- 4)

15

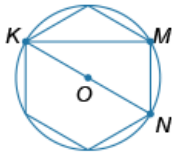
16 На рисунке изображён прямоугольник ABCD. Найдите градус угла DBC.



16

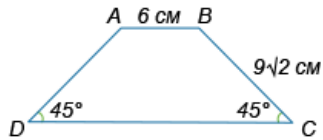
17 В окружность с центром в точке O вписан правильный шестиугольник. Найдите градус угла MKN.

17



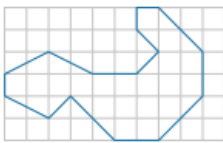
- 18 Найдите площадь трапеции ABCD (в см²), если $AB = 6$ см, $BC = 9\sqrt{2}$ см, а угол D равен углу C.

18



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь (в см²).

19



- 20 Укажите номера верных утверждений. Необходимо указать 2 из списка.
- 1) Окружность и прямая могут пересекаться не более чем в двух точках.
 - 2) Каждая сторона треугольника равна сумме двух других сторон.
 - 3) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
 - 4) Из одной точки вне данной прямой можно провести несколько прямых, перпендикулярных к ней.

20

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите неравенство $\left(\frac{x+1}{4-x}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$

22 Один раствор содержит 20% (по объёму) соли, а второй – 70% соли. Сколько литров первого и второго растворов нужно взять, чтобы получить 100л 50%-ного соляного раствора?

23 Постройте график функции $y = 2x|x| + x^2 - 6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком более двух общих точек.

24 Высота, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника, делит его на два треугольника, площади которых равны соответственно 6 и 54. Найдите гипотенузу треугольника

25 Докажите, что биссектрисы углов прямоугольника с неравными сторонами при пересечении образуют квадрат.

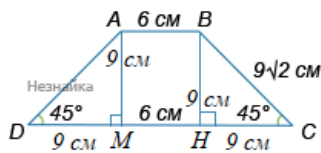
26 Стороны ромба EFGH являются гипотенузами прямоугольных равнобедренных треугольников EAF, FDG, GCH и HBE, причем все эти треугольники имеют общие внутренние точки с ромбом EFGH. Сумма площадей четырехугольника ABCD и ромба EFGH равна 12. Найдите CH.

1	<p>24965</p> <p>Огород - 2 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией)."</p> <p>Пруд - 4 - "При входе на участок слева от ворот находится курятник. Рядом с курятником расположен пруд."</p> <p>Фонтан - 9 - "Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рожица."</p> <p>Баня - 6 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник. Между жилым домом и коровником построена баня."</p> <p>Жилой дом - 5 - "Жилой дом расположен в глубине территории."</p>
2	<p>21</p> <p>Площадка между коровником и курятником: 56 м^2 - 56 штук.</p> <p>Дорожки: $10+9+2+6=27$ штук.</p> <p>Всего: $56+27=83$ штуки.</p> <p>$83/4=20,75 \approx 21$ упаковка</p>
3	<p>84</p> <p>Одна клеточка на плане занимает $2 \times 2 = 4 \text{ м}^2$</p> <p>Дом занимает $4 \times 6 - 3 = 21$ клеточку</p> <p>Его площадь: $21 \times 4 = 84 \text{ м}^2$</p>
4	<p>2</p> <p>Жилой дом расположен под цифрой 5, а баня - 6. Между ними 1 клеточка, значит расстояние между ними - сторона квадрата этой клеточки, т.е. 2 м.</p>
5	<p>31240</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает 1 м^2. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: $270 \cdot 83 + 4000 + 15000 = 41410$ руб.</p> <p>2: $280 \cdot 83 + 3000 + 5000 = 31240$ руб.</p> <p>3: $300 \cdot 83 + 2000 + 8000 = 34900$ руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 2го поставщика по цене 31240 рублей</p>
6	<p>0,25</p> $\left(\frac{5}{7} + \frac{3}{28}\right) : 3 \frac{2}{7} = \left(\frac{20}{28} + \frac{3}{28}\right) \cdot \frac{7}{23} = \frac{23}{28} \cdot \frac{7}{23} = 0,25$
7	<p>3</p> $\begin{array}{r} -12 \quad \quad 23 \\ \hline 115 \quad \quad 0,52 \\ \hline \quad -50 \\ \hline \quad \quad -46 \\ \hline \quad \quad \quad 40 \end{array}$ $\begin{array}{r} -11 \quad \quad 17 \\ \hline 102 \quad \quad 0,64 \\ \hline \quad -80 \\ \hline \quad \quad -68 \\ \hline \quad \quad \quad 120 \end{array}$ <p>$\frac{11}{17} \approx 0,64 > 0,6$</p>
8	<p>1</p> $\frac{8^{-6} \cdot 8^{-7}}{8^{-15}} = 8^{-6-7-(-15)} = 8^2 = 64$

9	<p>-5</p> $(2x+6)^2 - 15 = 21 + 4x.$ $4x^2 + 24x + 36 - 36 - 4x = 0$ $4x^2 + 20x = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 = -5 \text{ — наименьший из корней}$
10	<p>0,3</p> <p>Изначально было $460/4=115$ конфет каждого вида. После поедания их осталось $460-4-6=450$ штук. Вероятность вытянуть синюю конфету $p=115/450=0,2(5)\approx 0,3$</p>
11	<p>3</p> <p>Вершина в точке (-1;1)</p> $x_0 = -\frac{b}{2a} = -1$ $b = 2a$ $y(-1) = a - b + c = 1$ $a = c - 1$ $y(0) = c = 3$ $a = 3 - 1 = 2$
12	<p>8,8</p> $d = a_{n+1} - a_n$ $d = -10,4 - (-12) = 1,6$ $a_n = a_1 + d(n-1)$ $a_{14} = -12 + 1,6(14-1) = 8,8$
13	<p>-0,6</p> $\frac{3x-6}{2y-yx} = \frac{3(x-2)}{-y(x-2)} = -\frac{3}{y} = y = 5 \Rightarrow -\frac{3}{5} = -0,6$
14	<p>8</p> $V = \frac{h \cdot a^2}{4\sqrt{3}}$ $96 = \frac{6\sqrt{3} \cdot a^2}{4\sqrt{3}}$ $a^2 = 64$ $a = 8 \text{ см}$
15	<p>3</p> <p>1) $x^2 - 49 > 0$</p> $x^2 > 49$ $x > 7 \text{ или } x < -7$ <p>2) $x^2 + 49 > 0$ - верно для всех x</p> <p>3)</p> $x^2 < 49$ <p>-7 < x < 7 - решение, изображенное на рисунке</p> <p>4) - не имеет решений</p>
16	<p>30</p> $\operatorname{tg} \angle DBC = \frac{DC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle DBC = 30^\circ$
17	<p>30</p> <p>Угол MON - центральный и, как известно, для правильного шестиугольника составляет 60°. Вписанный угол опирающийся на ту же дугу что и центральный, равен половине градусной меры центрального. Значит угол MKN составляет</p>

половину от MON, т.е. 30°.

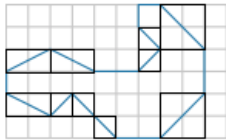
18 135



Проведем две высоты AM и BH. Отрезок MH=AB=6 см. Так как угол D равен углу C, то трапеция равнобедренная. Значит треугольники ADM и BCH равны между собой и являются равнобедренными прямоугольными. Тогда их катеты равны между собой и составляют по 9 см.

$$S = \frac{AB+DC}{2} \cdot BH = \frac{6+6+9+9}{2} \cdot 9 = 135$$

19 26,5



Площадь не выделенной фигуры, составленной из клетки 1 см × 1 см, равна 17 см².

Площади выделенных треугольников рассчитывается как полусумма произведения катетов:

$$S_{\Delta} = \frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{19}{2} = 9,5$$

Получаем итоговую площадь всей фигуры: 17+9,5=26,5

20 13

- 1) Верное.
- 2) Неверное. Каждая сторона треугольника должна быть меньше суммы двух других его сторон.
- 3) Верное.
- 4) Неверное. Из одной точки вне данной прямой можно только одну прямую, перпендикулярную к ней.

21 Нули числителя: $x_1 = -6$; $x_2 = 2/3$

Нули знаменателя: $x_{1,2} = 4$

При любом x , кроме 4, знаменатель больше 0.

При $x > 2/3$ и $x < -6$ числитель положительный, значит неравенство верно при $x \in [-6 ; 2/3]$

Ответ: $[-6 ; 2/3]$

22

Пусть X литров взято первого раствора, а Y литров - второго. $0,2X$ соли в первом растворе и $0,7Y$ соли во втором растворе. В столитровом растворе $X+Y$ литров и $0,5(X+Y)$ соли. Получаем систему двух уравнений:

$$X+Y=100$$

$$0,2X+0,7Y=0,5(X+Y)$$

$$Y=100-X$$

$$0,2X+0,7(100-X)=0,5(X+100-X)$$

$$0,2X-0,7X+70=50$$

$$X=40 \text{ - литров первого раствора}$$

$$Y=60 \text{ - литров второго раствора}$$

Ответ: 40 и 60

23

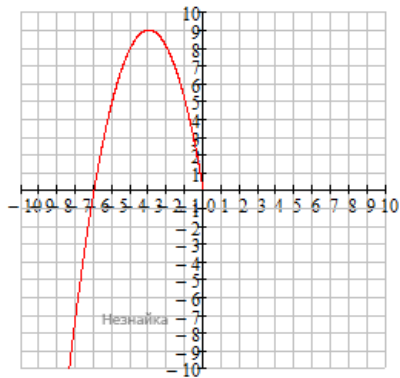
$$y = 2x|x| + x^2 - 6x$$

Раскроем знак модуля. Для $x < 0$:

$$y = 2x \cdot (-x) + x^2 - 6x$$

$$y = -x^2 - 6x$$

$y = -(x+3)^2 + 9$ - парабола, ветви вниз, вершина $(-3; 9)$, без растяжений.

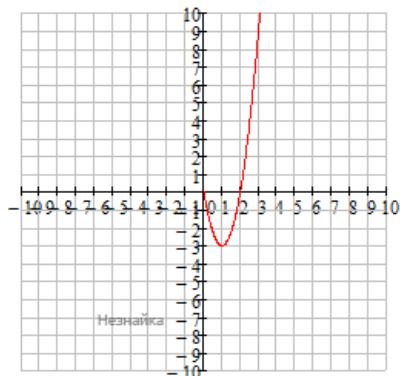


Для $x > 0$

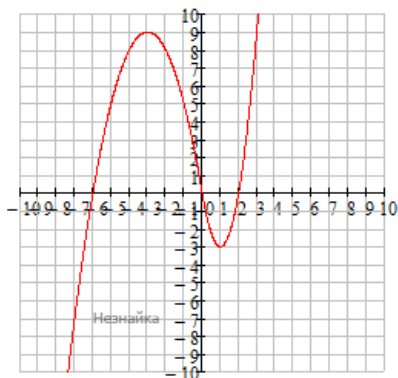
$$y = 2x \cdot x + x^2 - 6x$$

$$y = 3x^2 - 6x$$

$y = 3(x-1)^2 - 3$ - парабола, ветви вверх, вершина (1;-3), вытянута вдоль оси y в 3 раза.



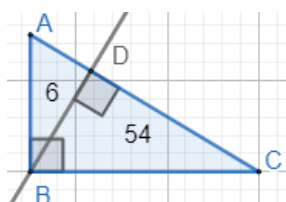
Строим график функции $y = 2x|x| + x^2 - 6x$



Прямая $y = m$ параллельна оси Ox , значит при $m = -3$ и $m = 9$ прямая имеет две общих точки с графиком, а при $m \in (-3; 9)$ - три.

Ответ: $(-3; 9)$

24



$$S_{ABD} = AD \cdot BD / 2 = 6$$

$$AD = 12 / BD$$

$$S_{BCD} = DC \cdot BD / 2 = 54$$

$$DC = 108 / BD$$

Высота, проведенная к гипотенузе, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу.

$$BD^2 = 36$$

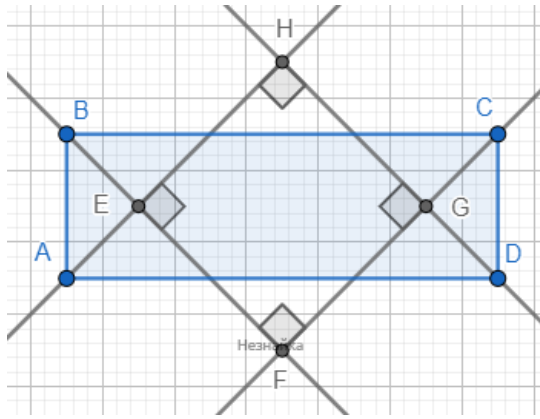
$$BD = 6$$

$$S_{ABC} = AC \cdot BD / 2 = 6 + 54$$

$$AC = 60 \cdot 2 / BD = 20$$

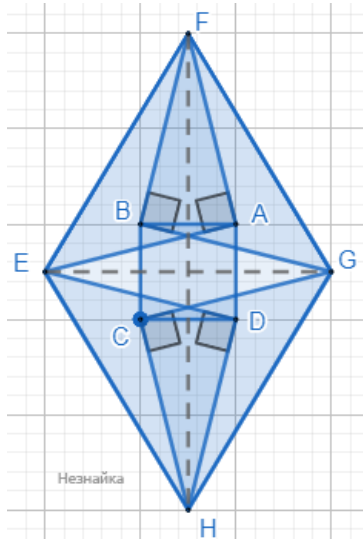
Ответ: 20

25



EHGF — четырехугольник, образованный при пересечении биссектрис углов прямоугольника ABCD. Это прямоугольник, т.к. биссектрисы, выходящие из прямых углов попарно параллельны и пересекаются под прямым углом. Докажем, что $EH=HG$. Треугольник AHD — равнобедренный, т.к. углы при основании равны 45° . Тогда $AH=HD$. Треугольник ABM равен треугольнику DPC , по стороне ($AB=CD$) и прилежащим двум углам (по 45°). Тогда $AE=DG$, значит $EH=AH-AE=HD-DG=HG$. Получили, что в прямоугольнике EHGF две смежные стороны равны, значит EHGF — квадрат.

26



Если взять диагонали ромба как оси симметрии, то получаем, что стороны ромба симметричны относительно этих осей, а с учетом того, что треугольники построены прямоугольные и равнобедренные на равных сторонах, то треугольники равны и симметричны так же относительно этих осей. Тогда ABCD — прямоугольник.

Пусть сторона ромба $EF=X$, а острый угол $\angle EFG=\alpha$. Тогда из треугольников:

$$EAF \text{ и } GBF: AF=BD=EF/\sqrt{2}=X/\sqrt{2}$$

$$\angle EFB=\angle EFG-\angle GFB=\alpha-45^\circ$$

$$\angle GFA=\angle EFG-\angle EFA=\alpha-45^\circ$$

$$\angle AFB=\angle EFG-\angle EFB-\angle GFA=90^\circ-\alpha$$

Тогда по теореме косинусов в треугольнике ABF:

$$AB=\sqrt{(AF^2+BF^2-2\cdot AF\cdot BF\cdot \cos\angle AFB)}=\sqrt{(X^2-X^2\sin\alpha)}$$

$$\angle FEH=180^\circ-\alpha$$

$$\angle AED=\angle FEH-\angle FEA-\angle DEH=90^\circ-\alpha$$

Тогда по теореме косинусов в треугольнике AEC:

$$AD=\sqrt{(AE^2+DE^2-2\cdot AE\cdot DE\cdot \cos\angle AED)}=\sqrt{(X^2-X^2\sin\alpha)}=AB$$

ABCD — квадрат.

$$S_{ABCD}+S_{EFGH}=AB\cdot AC+EF\cdot FG\cdot \sin\angle EFG=X^2-X^2\sin\alpha+X^2\sin\alpha=12$$

$$EF=X=\sqrt{12}=GH$$

$$CH=GH/\sqrt{2}=\sqrt{6}$$

Ответ: $\sqrt{6}$

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания):
gregorykharin@yandex.ru

Источник: https://neznaika.info/test/math_oge/1399-variant-1.html